שיעור 5 – פולינום מינימלי, מרחבים אינווריאנטיים

# משפט החלוקה

אם ומתקיים אזי קיימים כך ש

1. *אם אזי*

# הגדרה

אם אזי

# דוגמה

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
|  |  |  |
| - |  |  |
|  |  |  |
|  |  |  |
|  |  |  |
|  |  |  |

ישנו מרחב האיפוס של המטריצה A -   
ישנו

# תרגיל

הוכח כי לכל מתקיים

## פתרון

נניח בשלילה כי קיים f שעבורו לא מחלק אותו ⇦ בחלוקה עם שארית, וגם . עכשיו נציב A בפולינומים , ⇦ ⇦ סתירה למינימליות

# תרגיל

הוכח כי עבור מתקיים

## הוכחה

*כל פולינום*

# עובדות

1. לכל ערך עצמי .
2. מטריצה A היא לכסינה אם ורק אם כאשר שונים.

### הגדרה

lcm זו המכפלה המשותפת המינימלית

1. כל גורם אי פריק ב מופיע גם ב. דוגמה:

# תרגיל

הוכח או הפרך:

1. אם אזי

## פתרון

דוגמה נגדית:

1. , ⇦

## פתרון

דוגמה נגדית:

1. *⇦*

## פתרון

דוגמה נגדית – דוגמה קודמת.

# תרגיל

. מצא את הפולינום המינימלי.

## פתרון

ישנם שני מועמדים להיות הפולינום המינימלי: . נבדוק את הפולינום הראשון:  
לכן זהו הפולינום המינימלי.

תת מרחבים אינטווריאנטיים

# הגדרה

אופרטור לינארי. תת מרחב נקרא T-אינווריאנטי אם

# דוגמה

1. אזי כל תת מרחב הוא Id-אינווריאנטי
2. לכל אופרטור V הוא T-אינווריאנטי
3. , T-אינווריאנטי

# תרגיל

אופרטורים לינאריים, W תת מרחב T-אינווריאנטי.

1. הוכח כי אם W הוא גם S-אינווריאנטי אזי W הוא -אינווריאנטי.

## הוכחה

יהי . ⇦

1. נניח שT הפיכה. האם W הוא -אינווריאנטי?

## הוכחה

יהא בסיס לW. כעת, מכיוון שT הפיכה, בסיס לw, ואז נסמן . מכיוון ש הולכים ב לתוך W והם בסיס לW אנו מקבלים ש.  
מכיוון שהתמונות של תחת שייכות לW, ו הוא בסיס לW, אנו מקבלים ש.

# תרגיל

, . מצא את כל התת מרחבים הT-אינווריאנטים

## פתרון

ומימד האפס הם T-אינווריאנטים. נסתכל על המרחבים ממימד 1. איך נראה תת מרחב ממימד 1? . אז אנחנו מחפשים את כל ה שנשארים פרופורציוניים תחת T –   
קיבלנו שיש מרחב (מתאים ל) ומרחב (מתאים ל)